# S3 - Matemáticas para Videojuegos

**Dada una pirámide cuadrangular, definida por los siguientes vértices en su sistema de referencia local (coordenadas de Modelo): A = (1, -1, -1), B = (1, 1, -1), C = (-1, 1, -1), D = (-1, -1, -1) y E = (0, 0, 1). Los vértices ABCD forman la base de la pirámide, y E es el vértice superior.**

**En un momento dado, la matriz neta de transformación 4x4 de la pirámide se define como:**

**1 0 0 0**

**0 0 1 2**

**0 -1 0 2**

**0 0 0 1**

**a) ¿Cuáles son las coordenadas Universales de los vértices de la pirámide?**

Multiplicamos la matriz dada sobre los puntos de referencia local de la pirámide y obtenemos los puntos en el sistema de coordenadas universal.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A’ |  | Mn | | | |  | A |
| 1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 1 |
| 1 | = | 0 | 0 | 1 | 2 | \* | -1 |
| 3 | 0 | -1 | 0 | 2 | -1 |
| 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B’ |  | Mn | | | |  | B |
| 1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 1 |
| 1 | = | 0 | 0 | 1 | 2 | \* | 1 |
| 1 | 0 | -1 | 0 | 2 | -1 |
| 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D’ |  | Mn | | | |  | D |
| -1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 |  | -1 |
| 1 | = | 0 | 0 | 1 | 2 | \* | -1 |
| 3 | 0 | -1 | 0 | 2 | -1 |
| 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C’ |  | Mn | | | |  | C |
| -1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 |  | -1 |
| 1 | = | 0 | 0 | 1 | 2 | \* | 1 |
| 1 | 0 | -1 | 0 | 2 | -1 |
| 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E’ |  | Mn | | | |  | E |
| 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| 3 | = | 0 | 0 | 1 | 2 | \* | 0 |
| 2 | 0 | -1 | 0 | 2 | 1 |
| 1 |  | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 |

Como sabemos que el centro de la pirámide es desde el centro de su base **h/2**. Sabiendo que **Cnt (0, 0, 0)** y aplicando la matriz neta anterior, sabemos que el Cnt en el Universal esta en **Cnt’ (0, 2, 2)**.

**b) Si aplicamos a la pirámide una traslación de 3 unidades respecto del eje Y del Sistema de Referencia Universal y una rotación de 45º respecto de su eje X local.**

**b.1) ¿Cuáles serían las nuevas coordenadas Universales de los vértices?**

Para calcular las nuevas coordenadas universales lo que tenemos que hacer, partiendo de las coordenadas que hemos calculado en el **apartado a**:

1. Realizar la traslación de la pirámide 3 unidades en el eje Y.
2. Para realizar la traslación de 45º sobre el eje X:
   1. Trasladamos la pirámide al centro de coordenadas Universales. Partiendo del vector de traslación desde **Cnt’ a To**.
   2. Aplicamos la traslación de 45º sobre el eje X.
   3. Volvemos a situar la pirámide donde estaba aplicando la operación inversa del apartado 2.a.

Como resultado nos da la siguiente matriz neta:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Matriz Neta | | | | = | To-1 | | | | \* | R 45º | | | | \* | To | | | |  | Ty(3) | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0,70710678 | -0,70710678 | 4,121320344 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0,70710678 | -0,70710678 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 0 | 0,70710678 | 0,70710678 | 1,292893219 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0,70710678 | 0,70710678 | 0 | 0 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Y aplicando dicha matriz neta a los puntos A’, B’, C’, D’ y E’ obtenemos las nuevas coordenadas universales (multiplicando dicha matriz por cada uno de los puntos de la pirámide de la misma manera que se ha hecho en el apartado a): A’’ = (1, 2.707106781, 4.121320344), B’’ = (1, 4.121320344, 2.707106781), C’’ = (-1, 4.121320344, 2.707106781), D’’ = (-1, 2.707106781, 4.121320344) y E’’ = (0, 4.828427125, 4.828427125). También obtenemos la nueva posición del centro de la pirámide Cnt’’ = (0, 4.121320344, 4.828427125)

**b.2) ¿Y las Coordenadas Locales (de Modelo) de los vértices?**

Las coordenadas locales no han variado siguen siendo: A = (1, -1, -1), B = (1, 1,-1), C = (-1, 1, -1), D = (-1,-1,-1) y E = (0, 0, 1)

**c) Partiendo de la posición obtenida en b), aplicamos a los vértices de la base una traslación de una unidad negativa respecto de la dirección de su vector normal.**

**c.1) ¿Cuáles serían las nuevas coordenadas Universales de los vértices de la pirámide?**

Obtenemos el vector normal de los Cnt’’B’’ = (1, 0, -1.414213562) y Cnt’’A’’ = (1, -1.414213562, 0), para que salga el vector normal inverso, haciendo el producto vectorial de Cnt’’B’’ X Cnt’’A’’ obtenemos el vector P = (-2, -1.414213562, -1.414213562).

Como hay que desplazarlo solo una unidad, obtenemos el vector unitario de P, siendo Pu = (-0.707106781, -0.5, -0.5).

Y aplicando la matriz de traslación, tomando como vector de traslación Pu, a los puntos A’’, B’’, C’’ y D’’ (el punto E’’ no varia) para obtener el resultado de este apartado.

Siento la matriz de traslación:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | -0,70710678 |
| 0 | 1 | 0 | -0,5 |
| 0 | 0 | 1 | -0,5 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

Y aplicando la matriz anterior a cada uno de los puntos obtenemos: A’’’ = (0.292893219, 2.207106781, 3.62132034), B’’’ = (0.292893219, 3.621320344, 2.207106781), C’’’ = (-1.70710678, 3.62132034, 2.20710678) y D’’’ = (-1.70710678, 2.20710678, 3.62132034).

**c.2) ¿Cuáles serían las coordenadas Locales (de Modelo) de los vértices?**

Al mover la base de la pirámide lo que hemos hecho ha sido, respecto al eje de coordenadas local, **trasladando en el eje Z la pirámide una coordenada negativa** (ya que el eje de la pirámide es el eje Z). Por lo que si volvemos a situar el eje de coordenadas Locales de la pirámide, los puntos A, B, C y D decrecerían en dicho eje de coordenadas -0.5 unidades, quedando A = (1, -1, -1.5), B = (1, 1,-1.5), C = (-1, 1, -1.5) y D = (-1,-1,-1.5);y el punto E, ya que habría que desplazarlo una coordenada positiva respecto al eje Z, se desplazaría en dicho eje de coordenadas -0.5 unidades quedando el nuevo punto E en E = (0, 0, 1.5). Y así el centro de la pirámide seguiría estando en el punto (0, 0, 0).